

# Cálculo Diferencial e Integral II

## 1º Teste (Versão A)

LEIC-TP, LETI, LEE, LEGI

22 de Abril de 2017

*Justifique adequadamente todas as respostas.*

- (3,0) 1. Mude a ordem de integração de

$$\int_0^1 \left( \int_y^1 x^4 e^{yx^2} dx \right) dy$$

e use a expressão assim obtida para calcular o seu valor.

- (3,0) 2. Calcule o volume da região  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq y \leq 1/4, 0 \leq x, z \geq x+y, x+y+z \leq 1\}$ .

- (4,0) 3. Considere a função  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$h(x, y) = \begin{cases} xy \log(x^2 + y^2), & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

[**Sugestão:** Relembre que  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \lambda \log \lambda = 0$ .]

- a) Mostre que  $h$  é contínua em  $(0, 0)$ .  
b) Decida se  $h$  é ou não diferenciável em  $(0, 0)$ .

- (4,0) 4. Considere funções  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  com  $F \in C^2(\mathbb{R}^2)$  e  $G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$G(x, y) = F(2xy, x^2 + y^2).$$

- a) Calcule  $D_{(1,-1)}G(1, 1)$ .  
b) Exprima  $\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}(1, 1)$  em termos de derivadas parciais de  $F$  adequadas.

- (4,0) 5. Seja  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $g(x, y) = x^3 - y^2 - x^2y - 4y$ .

- a) Mostre que  $g$  possui um único ponto de estacionaridade.  
b) Classifique o ponto de estacionaridade de  $g$  relativo a ser ou não um ponto de extremo local.

- (2,0) 6. Determine o contradomínio da função  $\psi$  definida por  $\psi(x, y) = \sqrt{\arctg(x^2 + 4y^2)}$ , e identifique e classifique os seus pontos de extremo se existirem.